TEMA 8. DINÁMICA DE FLUIDOS

1. Fluidos en movimiento

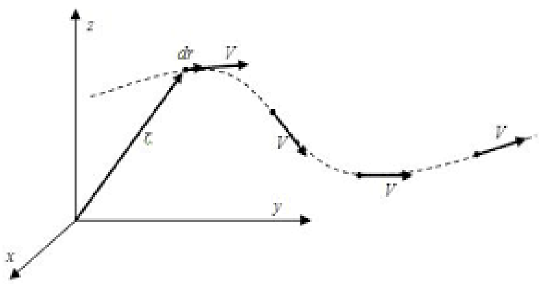
El comportamiento de un fluido en movimiento puede sr muy complicado. Lo podemos comprobar con ejemplos como el humo o la corriente de un arroyo. Al principio vemos regularidad en el flujo pero prono aparecen irregularidades y turbulencias, Por tanto, a la hora del estudio consideraremos:

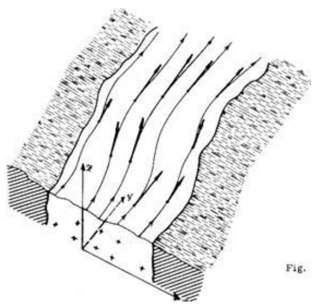
- **Flujo no turbulento** (estado estacionario de un fluido “ideal”).
- **Fluido no viscoso** (sin disipación de energía mecánica),
- **Fluido incompresible** (densidad constante en todo el fluido).

2. Trayectoria y líneas de corriente

Se definen las **trayectorias** como las líneas que describen las partículas componentes del fluido en su movimiento.

La trayectoria descrita por un elemento de fluido se denomina **línea de flujo**. Generalmente la velocidad del elemento varía en magnitud y dirección a lo largo de la línea de flujo.

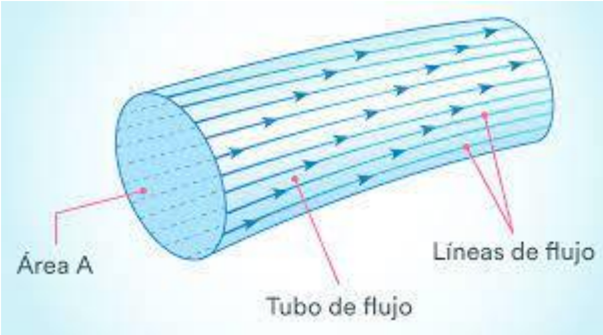




Si cada elemento que pasa por un punto dado sigue la misma línea de flujo que las precedentes, hablamos de flujo **estable o estacionario** (la velocidad en cada punto del espacio permanece constante en el tiempo, aunque la velocidad de una partícula concreta del fluido puede cambiar al moverse de un punto a otro).

Una **línea de corriente** se define como una curva cuya tangente, en un punto cualquiera, tiene la dirección de la velocidad del fluido en ese punto. En **régimen estacionario**, las **líneas de corriente coinciden con las líneas de flujo.**

Si dibujamos todas las líneas de corriente que pasan por la periferia de un elemento de superficie A, estas líneas rodean un tubo denominado **tubo de flujo**.

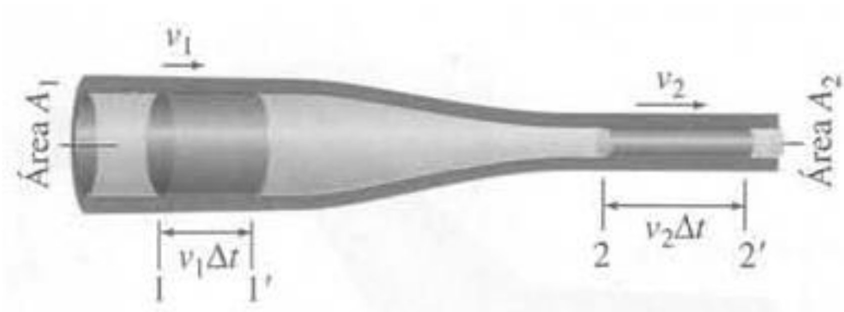


Por la definición de línea de corriente, el fluido no puede atravesar las paredes de un tubo de flujo.

En régimen estacionario no puede haber mezcla de fluidos en tubos de flujo diferentes.

3. Ecuación de continuidad

Imaginemos un fluido que circula por un tubo cuya sección horizontal decrece. El fluido fluye de izquierda a derecha.



Tenemos un cierto volumen del líquido que fluye hacia el interior del tubp en el punto 1 en un intervalo de tiempo:

$$\Delta V = A_1 v_1 \Delta t$$

Al ser el fluido incompresible, un volumen igual debe salir por un punto 2 del tubo en el mismo intervalo de tiempo:

$$\Delta V = A_2 v_2 \Delta t$$

Igualando:

$$A_1 v_1 \Delta t = A_2 v_2 \Delta t$$

Simplificando:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

La magnitud $A\,v$ se denomina **caudal**, con dimensiones de volumen dividido por tiempo.

$$[A] = L^2$$
$$[v] = L \cdot T^{-1}$$
$$[A] \cdot [v] = L^2 \cdot L \cdot T^{-1} = L^3 \cdot T^{-1}$$

El caudal puede representarse como Q_v o I_v.

Por tanto, la ecuación

:

$$Q_v = A\,v = constante$$

Es la llamada **ecuación de continuidad**, para un **fluido incompresible** en **régimen estacionario**.

4. Ecuación de Euler

En las condiciones de fluido ideal y flujo laminar, la dinámica del fluido queda completamente determinada por la **ecuación de Euler** (ignoramos la componente z):

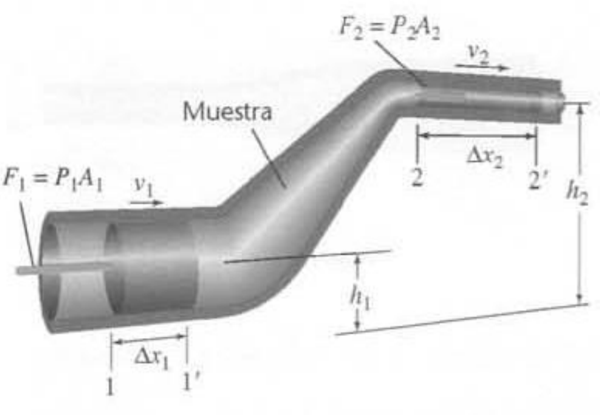
$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P}{\partial x}$$
$$v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P}{\partial y} - g$$

Esta ecuación es el análogo a la segunda ley de Newton para fluidos ideales y flujo laminar. Nos dice que una diferencia de presión genera una fuerza en la dirección decreciente de las presiones.

5. Ecuación de Bernoulli

Hemos visto que cuando el fluido incompresible se mueve a lo largo de un tubo horizontal de sección variable, su velocidad cambia con el tiempo. Para producir dicha aceleración es necesaria una fuerza, y para que esta se origine, la presión ha de ser distinta en zonas diferentes. Si la altura también varía, hay una diferencia de presión adicional.

La ecuación de Bernoulli es una expresión general que relaciona la diferencia de presión entre dos puntos de un tubo de flujo tanto con las variaciones de velocidad como con las de altura.



El fluido se mueve de izquierda a derecha, elevándose.

$$\Delta x = v\,\Delta t$$

$$\Delta m = \rho\,\Delta V$$

Variación de **energía potencial**:

$$\Delta U = \Delta m \cdot g \cdot \Delta h = \rho\,\Delta V \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

Variación de **energía cinética**:

$$\Delta K = \frac{1}{2} \cdot \Delta m \cdot (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \cdot \rho\,\Delta V \cdot (v_2^2 - v_1^2)$$

Por otro lado, el fluido que va detrás ejerce una fuerza dirigida hacia la derecha:

$$F_1 = P_1 A_1$$

Y el que va delante ejerce una fuerza dirigida hacia la izquierda:

$$F_2 = P_2 A_2$$

El trabajo total realizado por dichas fuerzas:

$$W_F = W_{F_1} + W_{F_2} = P_1\,\underbrace{A_1 \Delta x_1}_{\Delta V} - P_2\,\underbrace{A_2 \Delta x_2}_{\Delta V} = (P_1 - P_2)\,\Delta V$$

Por el **teorema de trabajo-energía**:

$$\underbrace{W_{TOTAL}}_{\Delta K} = \underbrace{W_{CONSERVATIVO}}_{-\Delta U + W_F} + \underbrace{W_{NO\ CONSERVATIVO}}_{\substack{0 \\ (Fluido\ no\ viscoso)}}$$

Por tanto:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho\,\cancel{\Delta V} \cdot (v_2^2 - v_1^2) = -\rho\,\cancel{\Delta V} \cdot g \cdot (h_2 - h_1) + (P_1 - P_2)\,\cancel{\Delta V}$$

Agrupando términos:

$$P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = P_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

Y podemos escribir la **ecuación de Bernoulli**:

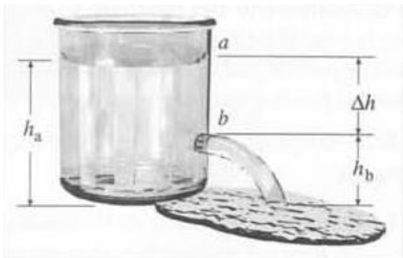
$$P + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = constante$$

5.1. Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli

1) Si el fluido está en reposo ($v_1 = v_2 = 0$), obtenemos:

$$P_1 = P_1 + \rho g(h_2 - h_1)$$

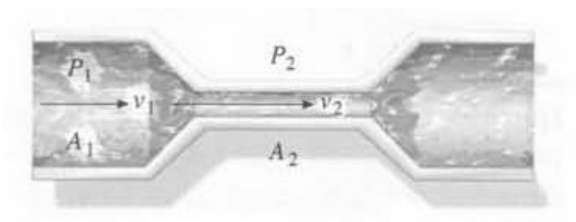
2) Si $P_1 = P_2 = P_{atmosférica}$; $v_1 = 0$:



Obtenemos la **ley de Torricelli**:

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

3) Si $h_1 = h_2$:



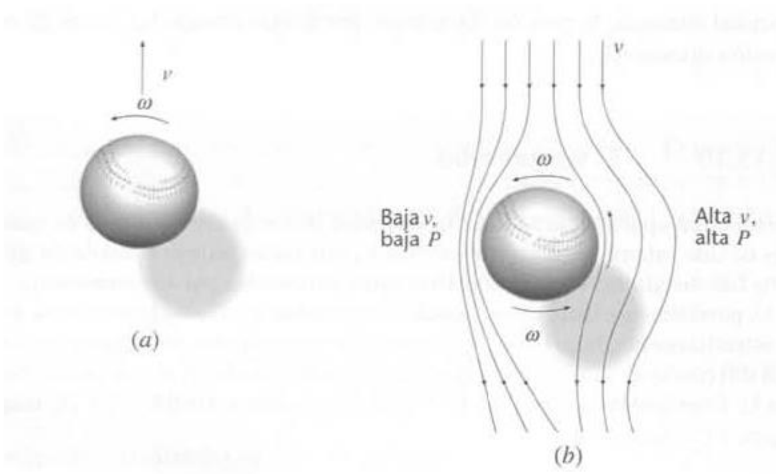
$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$
$$A_1 > A_2$$
$$v_1 < v_2$$
$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 = constante$$

Es decir, si el área A disminuye, la velocidad aumenta y por tanto la presión disminuye. Es el denominado **efecto Venturi**.

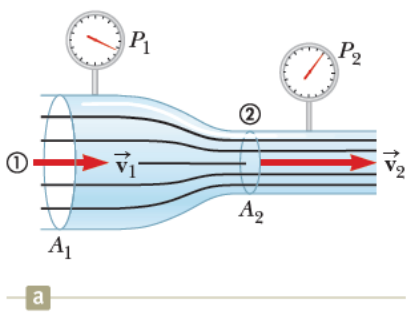
El efecto Venturi permite explicar la sustentación de las alas de los aviones y las trayectorias curvas de los balones lanzados con efecto.

Las alas de los aviones están diseñadas de forma que la velocidad del aire es mayor sobre la parte superior del ala que sobre la inferior, con lo cual la presión sobre la parte superior será menor, y esta diferencia de presiones hace que exista una fuerza ascensional.

En el caso de los balones con efecto (**efecto Magnus**), cuando se lanza una pelota con giro, la pelota tiende a arrastrar aire a su alrededor. Al movimiento del aire originado por el arrastre de la bola en su giro se suma la velocidad del aire que se mueve por un lado y se resta a la del aire que se mueve por el otro. Por diferencia de presiones, la trayectoria se curvará hacia la zona de presiones más bajas.



El **tubo de Venturi** se usa para medir la velocidad de un fluido basándonos en el efecto Venturi:



A partir de las siguientes ecuaciones:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

Podemos despejar la velocidad v_2:

$$v_2 = A_1 \cdot \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho(A_2^2 - A_1^2)}}$$

La velocidad v_1 se despejaría de forma similar.